# טענה

יהי אופרטור נילפוטנטי מסדר r. קיים בסיס מהצורה

כל ווקטורים בת"ל ב אפשר לכלול בין

## הוכחה

אם N נילפוטנטי מסדר r אזי מתקיים   
כל התתי-מרחב האלה הם N-אינווריאנטים, וצמצום של N על הוא מסדר נילפוט' r-i.  
בפרט: נילפוטנטי מסדר r-1.

אינדוקציה לפי סדר נילפוטנטיות  
r=1 ⇦ N=0, אזי כל בסיס של V מקיים את המשפט.(, בסיס) בפרט בת"ל ב.

נניח שהמשפט מתקיים לאופרטורים נילפוט. מסדר נילפט. r-1 ונוכיח לסדר נילפוט. r:  
יהי נילפוט. מסדר נילפוט. r. נתבונן ב. יהיו בת"ל ב. נשלים קבוצה זו עד לקבוצה מקסימלית של ווקטורים בת"ל ב., (תרגיל: ⬄ קבוצה ביחד עם כל בסיס של היא בסיס של V. ⬄ בסיס), ומתקיים והם בת"ל ב  
 אחרת אם   
⇦ ⇦ כי בת"ל ב

אזי לאופרטור מתקיימים תנאים של המשפט עם סדר נילפוט r-1:  
, ווקטורים בת"ל ב ⇦ קיים בסיס מהמשפט:  
 כך ש*ווקטורים שונים הם בסיס ל. ווקטורים כאשר מקיימים משפט עבור N:  
ווקטורים שונים מ0 - , בסיס לV, בגלל שווקטורים בסיס של הם בסיס בV.*

## הערה

כל אחד מה מהמשפט יוצר תת מרחב הציקלי ⬄ בלוק של Jordan מסדר

חישוב של צורה קנונית של Jordan

1. לחשב J(צורה של Jordan של A) ע"י חישוב של , לכל ע"ע שונים.
2. פתרון של מערכת לינארית , לא סינגולרית ⇦

פירוק של Jordan

וJ צורת Jordan שלה(בפרט פולינום אופייני מתפרק לגורמים לינאריים)

⬄ לפולינום מינימלי אין ריבוי אלגברי

⇦

ו מתחלפות.

דיאגרמות של Young

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |

⬄ מחלקת שקילות ביחס לדמות של מטריצות נילפוטנתיות

משוואות דיפרנציאליות וצורת Jordan

ווקטור עצמי של עם ע"ע ⬄

צורת Jordan ממשית(מעל )

. אם הפולינום לא מתפרק לגורמים לינאריים, יש 2 אופציות. אפשר לעבור ל, אבל אז יכולה להיות בעיה כשרוצים לתרגם את התשובה בחזרה ל. האופציה השנייה:

ל קיימת צורת Jordan ממשית:  
ע"ע שונים.

פונקציות של מטריצות

ו הגדרנו . אפשר באמצעות פיתוח טיילור במקום בתוך פולינום להציב את A בתוך פונקציה. למשל:⇦ הופכית

אם אזי

# "תרגיל"